

3.1

a)	$3x - 8 = 4 - x$	$ +8$	Siirretään vakiotermi -8 yhtälön oikealle puolelle.
	$3x = 4 + 8 - x$	$ + x$	Siirretään muuttujatermi $-x$ yhtälön vasemmalle puolelle.
	$3x + x = 4 + 8$		
	$4x = 12$	$: 4$	Jaetaan muuttujan kertoimella.
	$x = 3$		
b)	$x - 14 = \frac{x}{2}$	$ \cdot 2$	Poistetaan nimittäjä.
	$2 \cdot x - 2 \cdot 14 = \overset{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{x}{\cancel{2}_1}$		
	$2x - 28 = x$	$ + 28$	Siirretään vakiotermi -28 yhtälön oikealle puolelle.
	$2x = x + 28$	$ - x$	Siirretään muuttujatermi x yhtälön vasemmalle puolelle.
	$2x - x = 28$		
	$x = 28$		

Vastaus

a) $x = 3$

b) $x = 28$

3.2

a) $x^2 - 49 = 0$ $|+49$ Ratkaistaan ensin potenssin x^2 arvo.
 $x^2 = 49$ Yhtälön ratkaisut ovat luvun 49
neliöjuuri ja sen vastaluku.

$$x = \sqrt{49} = 7 \text{ tai } x = \sqrt{49} = -7$$

b) $x^2 + 4 = 0$ $|-4$ Ratkaistaan ensin potenssin x^2 arvo.
 $x^2 = -4$ Luku x^2 ei ole koskaan negatiivinen
ja luku -4 on negatiivinen, joten
yhtälöllä ei ole ratkaisuja.

ei ratkaisuja

c) $x^3 + 27 = 0$ $|-27$ Ratkaistaan ensin potenssin x^3 arvo.
 $x^3 = -27$ Yhtälön ratkaisu on luvun
 -27 kuutiojuuri.

$$x = \sqrt[3]{-27} = -3 \qquad \sqrt[3]{-27} = -3, \text{ koska } (-3)^3 = -27.$$

Vastaus

a) $x = -7$ tai $x = 7$

b) ei ratkaisuja

c) $x = -3$

3.3

a) $\frac{15}{4} = \frac{12}{x}$

$$15 \cdot x = 4 \cdot 12$$

$$x = \frac{4 \cdot 12}{15}$$

$$= \frac{48^{(3)}}{15} = \frac{16}{5}$$

Kerrotaan ristiin.

$\div 15$

Jaetaan muuttujan kertoimella.

b) $\frac{x}{2,8} = \frac{5600}{0,35}$

$$0,35 \cdot x = 2,8 \cdot 5600$$

$$x = \frac{2,8 \cdot 5600}{0,35}$$

$$= 44\,800$$

Kerrotaan ristiin.

$\div 0,35$

Jaetaan muuttujan kertoimella.

Vastaus

a) $x = \frac{16}{5}$

b) $x = 44\,800$

3.4

a) $8x - 3 = 2(x + 1) + 7$

$$8x - 3 = 2x + 2 + 7$$

$$8x - 3 = 2x + 9 \quad | +3$$

$$8x = 2x + 9 + 3 \quad | -2x$$

$$8x - 2x = 9 + 3$$

$$6x = 12 \quad | :6$$

$$x = 2$$

b) $\frac{x}{4} + \frac{1}{3} = x \quad | \cdot 12$

$$\overset{3}{\cancel{12}} \cdot \frac{x}{\cancel{4}_1} + \overset{4}{\cancel{12}} \cdot \frac{1}{\cancel{3}_1} = 12 \cdot x$$

$$3x + 4 = 12x \quad | -4$$

$$3x = 12x - 4 \quad | -12x$$

$$3x - 12x = -4$$

$$-9x = -4 \quad | :(-9)$$

$$x = \frac{4}{9}$$

Vastaus

a) $x = 2$

b) $x = \frac{4}{9}$

3.5

a)

$$\frac{x}{2} + x = \frac{x+1}{5} + 5 \quad | \cdot 10$$

$$\overset{5}{\cancel{10}} \cdot \frac{x}{\underset{1}{\cancel{2}}} + 10 \cdot x = \overset{2}{\cancel{10}} \cdot \frac{x+1}{\underset{1}{\cancel{5}}} + 10 \cdot 5$$

$$5x + 10x = 2(x+1) + 50$$

$$15x = 2x + 2 + 50$$

$$15x = 2x + 52 \quad | -2x$$

$$15x - 2x = 52$$

$$13x = 52 \quad | :13$$

$$x = 4$$

b)

$$x - \frac{x+1}{7} = 1 \quad | \cdot 7$$

$$7 \cdot x - \overset{1}{\cancel{7}} \cdot \frac{x+1}{\underset{1}{\cancel{7}}} = 7 \cdot 1$$

$$7x - 1 \cdot (x+1) = 7$$

$$7x - x - 1 = 7$$

$$6x - 1 = 7 \quad | +1$$

$$6x = 7 + 1$$

$$6x = 8 \quad | :6$$

$$x = \frac{8}{6} \overset{(2)}{=} \frac{4}{3}$$

Vastaus

a) $x = 4$ b) $x = \frac{4}{3}$

3.6

$$\text{a)} \quad \frac{4}{x^2} = \frac{2}{18}$$

$$2 \cdot x^2 = 4 \cdot 18$$

$$2x^2 = 72 \quad |:2$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \sqrt{36} = 6 \quad \text{tai} \quad x = -\sqrt{36} = -6$$

$$\text{b)} \quad \frac{x^2}{5} = \frac{4}{x}$$

$$x^2 \cdot x = 5 \cdot 4$$

$$x^3 = 20$$

$$x = \sqrt[3]{20} \approx 2,7$$

Vastaus

$$\text{a)} \quad x = -6 \quad \text{tai} \quad x = 6$$

$$\text{b)} \quad x = \sqrt[3]{20} \approx 2,7$$

3.7

a) Ratkaistaan yhtälö.

$$\begin{aligned}5x^2 - 125 &= 0 && | +125 \\5x^2 &= 125 && | :5 \\x^2 &= 25 \\x &= \sqrt{25} = 5 \text{ tai } x = -\sqrt{25} = -5\end{aligned}$$

Yhtälön ratkaisuiksi käyvät $x = -5$ ja $x = 5$.

b) Ratkaistaan yhtälö.

$$\begin{aligned}3x^2 + 1 &= 16 && | -1 \\3x^2 &= 15 && | :3 \\x^2 &= 5 \\x &= \sqrt{5} \text{ tai } x = -\sqrt{5}\end{aligned}$$

Yhtälön ratkaisuiksi käyvät $x = -\sqrt{5}$ ja $x = \sqrt{5}$.

c) Ratkaistaan yhtälö.

$$\begin{aligned}x^3 - 5 &= 120 && | +5 \\x^3 &= 125 \\x &= \sqrt[3]{125} = 5\end{aligned}$$

Yhtälön ratkaisuksi käy $x = 5$.

Vastaus

a) $x = -5$ ja $x = 5$ **b)** $x = -\sqrt{5}$ ja $x = \sqrt{5}$ **c)** $x = 5$

Huomaa, että tehtävän voi ratkaista myös sijoittamalla annetut ratkaisuvaihtoehdot yhtälöön, ja toteamalla mitkä vaihtoehdoista toteuttavat yhtälön.

3.8

a) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{array}{lcl} 4 \cdot x = 6 + x & & | -x \\ 3x = 6 & & | :3 \\ x = 2 & & \end{array}$$

b) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{array}{lcl} 3 \cdot x - 11 = x + 1 & & | +11 \\ 3x = x + 1 + 11 & & | -x \\ 3x - x = 1 + 11 & & \\ 2x = 12 & & | :2 \\ x = 6 & & \end{array}$$

c) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{array}{lcl} 2 \cdot x + 100 = x & & | -100 \\ 2x = x - 100 & & | -x \\ 2x - x = -100 & & \\ x = -100 & & \end{array}$$

Vastaus

a) yhtälö $4x = 6 + x$, ratkaisu $x = 2$

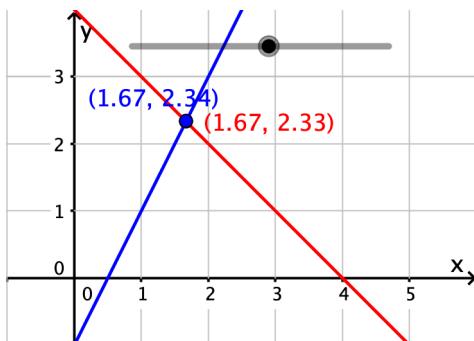
b) yhtälö $3x - 11 = x + 1$, ratkaisu $x = 6$

c) yhtälö $2x + 100 = x$, ratkaisu $x = -100$

3.9

- a) Etsitään appletilla funktioiden kuvaajien leikkauspiste.
Leikkauspisteessä funktiot saavat samalla muuttujan x arvolla saman arvon (leikkauspisteen y -koordinaatti).

Appletin perusteella funktiot saavat saman arvon, kun $x \approx 1,7$.



- b) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$f(x) = g(x)$$

Merkitään funktioiden lausekkeet yhtä suuriksi.

$$2x - 1 = 4 - x \quad | +1$$

$$2x = 4 + 1 - x \quad | +x$$

$$2x + x = 4 + 1$$

$$3x = 5 \quad | :3$$

$$x = \frac{5}{3} \quad (\approx 1,7)$$

Vastaus

a) $x \approx 1,7$

b) $x = \frac{5}{3} \quad (=1\frac{2}{3})$

3.10

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$f(x) = g(x)$$

Merkitään funktioiden lausekkeet
yhtä suuriksi.

$$13x - 58 = -4x + 180$$

$$| +58$$

$$13x = -4x + 180 + 58$$

$$| +4x$$

$$13x + 4x = 180 + 58$$

$$17x = 238$$

$$| :17$$

$$x = 14$$

Vastaus

$$x = 14$$

3.11

a) $x - 7 = 5(x - 2) + 11$

$$x - 7 = 5x - 10 + 11$$

$$x - 7 = 5x + 1 \quad | +7$$

$$x = 5x + 1 + 7 \quad | -5x$$

$$x - 5x = 1 + 7$$

$$-4x = 8 \quad | :(-4)$$

$$x = -2$$

b) $\frac{x}{3} - 2 = \frac{5}{3} \quad | \cdot 3$

$$\cancel{3}^1 \cdot \frac{x}{\cancel{3}_1} - 3 \cdot 2 = \cancel{3}^1 \cdot \frac{5}{\cancel{3}_1}$$

$$x - 6 = 5 \quad | +6$$

$$x = 5 + 6 = 11$$

Vastaus

a) $x = -2$

b) $x = 11$

3.12

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad 2x^2 - 32 &= 0 && | +32 \\ 2x^2 &= 32 && | :2 \\ x^2 &= 16 \\ x &= \sqrt{16} = 4 \quad \text{tai} \quad x = -\sqrt{16} = -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b)} \quad 2(x^2 + 7) &= 14 \\ 2x^2 + 14 &= 14 && | -14 \\ 2x^2 &= 14 - 14 \\ 2x^2 &= 0 && | :2 \\ x^2 &= 0 \\ x &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c)} \quad x^2 + 15 &= 10 && | -15 \\ x^2 &= 10 - 15 \\ x^2 &= -5 \\ \text{ei ratkaisuja}\end{aligned}$$

Vastaus

- a)** $x = -4$ tai $x = 4$
b) $x = 0$
c) ei ratkaisuja

3.13

$$\text{a) } x^3 - 64 = 0 \quad | +64$$

$$x^3 = 64$$

$$x = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$\text{b) } x^3 + 64 = 0 \quad | -64$$

$$x^3 = -64$$

$$x = \sqrt[3]{-64} = -4$$

$$\text{c) } 3(x^3 + 2) = 6$$

$$3x^3 + 6 = 6 \quad | -6$$

$$3x^3 = 6 - 6$$

$$3x^3 = 0 \quad | :3$$

$$x^3 = 0$$

$$x = 0$$

Vastaus

$$\text{a) } x = 4$$

$$\text{b) } x = -4$$

$$\text{c) } x = 0$$

3.14

$$\text{a)} \quad \frac{200}{7x} = \frac{50}{21}$$

$$7x \cdot 50 = 200 \cdot 21$$

$$350x = 4200 \quad | : 350$$

$$x = 12$$

$$\text{b)} \quad \frac{8}{x} = \frac{2x}{9}$$

$$x \cdot 2x = 8 \cdot 9$$

$$2x^2 = 72 \quad | : 2$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \sqrt{36} = 6 \text{ tai } x = -\sqrt{36} = -6$$

Vastaus

$$\text{a)} x = 12$$

$$\text{b)} x = -6 \text{ tai } x = 6$$

3.15

$$\text{a)} \quad x + \frac{1}{3} = \frac{2x}{3} \quad | \cdot 3$$

$$3 \cdot x + \overset{1}{\cancel{3}} \cdot \underset{1}{\cancel{\frac{1}{3}}} = \overset{1}{\cancel{3}} \cdot \underset{1}{\cancel{\frac{2x}{3}}}$$

$$3x + 1 = 2x \quad | -1$$

$$3x = 2x - 1 \quad | -2x$$

$$3x - 2x = -1$$

$$x = -1$$

$$\text{b)} \quad \frac{x}{8} + \frac{x}{4} + \frac{x}{2} + x = 60 \quad | \cdot 8$$

$$\overset{1}{\cancel{8}} \cdot \underset{1}{\cancel{\frac{x}{8}}} + \overset{2}{\cancel{8}} \cdot \underset{1}{\cancel{\frac{x}{4}}} + \overset{4}{\cancel{8}} \cdot \underset{1}{\cancel{\frac{x}{2}}} + 8x = 8 \cdot 60$$

$$x + 2x + 4x + 8x = 480$$

$$15x = 480 \quad | :15$$

$$x = 32$$

Vastaus

a) $x = -1$

b) $x = 32$

3.16

a) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned}5 \cdot x &= x + 28 & | -x \\5x - x &= 28 \\4x &= 28 & | :4 \\x &= 7\end{aligned}$$

b) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned}\frac{6}{4} &= \frac{9}{x} \\6x &= 4 \cdot 9 \\6x &= 36 & | :6 \\x &= 6\end{aligned}$$

c) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned}24 - x &= \frac{x}{3} & | :3 \\3 \cdot 24 - 3 \cdot x &= \overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{x}{\cancel{3}} & \\72 - 3x &= x & | -72 \\-3x &= x - 72 & | -x \\-3x - x &= -72 \\-4x &= -72 & | :(-4) \\x &= 18\end{aligned}$$

Vastaus

a) yhtälö $5x = x + 28$, ratkaisu $x = 7$

b) yhtälö $\frac{6}{4} = \frac{9}{x}$, ratkaisu $x = 6$

c) yhtälö $24 - x = \frac{x}{3}$, ratkaisu $x = 18$

3.17

Ratkaistaan yhtälö $7x + 4 = 8x$.

$$\begin{array}{rcl} 7x + 4 = 8x & & | -4 \\ 7x = 8x - 4 & & | -8x \\ 7x - 8x = -4 & & \\ -x = -4 & & | :(-1) \\ x = 4 & & \end{array}$$

Sijoitetaan saatu ratkaisu $x = 4$ yhtälöön $3x^2 - 48 = 0$.

$$\begin{array}{l} 3x^2 - 48 = 0 \\ 3 \cdot 4^2 - 48 = 0 \\ 3 \cdot 16 - 48 = 0 \\ 48 - 48 = 0 \\ 0 = 0 \\ \text{tosi} \end{array} \quad \text{Sijoitetaan } x = 4.$$

Yhtälön $7x + 4 = 8x$ ainoa ratkaisu $x = 4$ toteuttaa yhtälön $3x^2 - 48 = 0$.

Vastaus

toteuttavat

3.18

Ratkaistaan yhtälö $4x = 90 - 2x$.

$$\begin{array}{rcl} 4x = 90 - 2x & | +2x & \\ 4x + 2x = 90 & & \\ 6x = 90 & | :6 & \\ x = 15 & & \end{array}$$

Sijoitetaan saatu ratkaisu $x = 15$ yhtälöön $\frac{2}{x} = \frac{3}{24}$.

$$\begin{array}{rcl} \frac{2}{x} = \frac{3}{24} & \text{Sijoitetaan } x = 15. & \\ \frac{2}{15} = \frac{3}{24} & \text{Kerrotaan ristiin.} & \\ 2 \cdot 24 = 15 \cdot 3 & & \\ 48 = 45 & & \\ \text{epätosi} & & \end{array}$$

Yhtälön $4x = 90 - 2x$ ainoa ratkaisu $x = 15$ ei toteuta yhtälöä $\frac{2}{x} = \frac{3}{24}$.

Vastaus

eivät toteuta

3.19

a) Ratkaistaan funktion f nollakohta.

$$f(x) = 0$$

$$-7x - 18 = 0$$

$$-7x = 18$$

$$x = -\frac{18}{7}$$

Funktion nollakohta on se muuttujan x arvo,
jolla funktion arvo on nolla.

Sijoitetaan $f(x) = -7x - 18$.

$$| +18$$

$$| : (-7)$$

Ratkaistaan funktion g nollakohta.

$$g(x) = 0$$

$$6x - 96 = 0$$

$$6x = 96$$

$$x = 16$$

Sijoitetaan $g(x) = 6x - 96$.

$$| +96$$

$$| : 6$$

b) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$f(x) = g(x)$$

Merkitään funktion
lausekkeet yhtä suuriksi.

$$-7x - 18 = 6x - 96 \quad | +18$$

$$-7x = 6x - 96 + 18 \quad | -6x$$

$$-7x - 6x = -96 + 18$$

$$-13x = -78 \quad | :(-13)$$

$$x = 6$$

Vastaus

a) funktion f nollakohta $x = -\frac{18}{7}$, funktion g nollakohta $x = 16$

b) $x = 6$

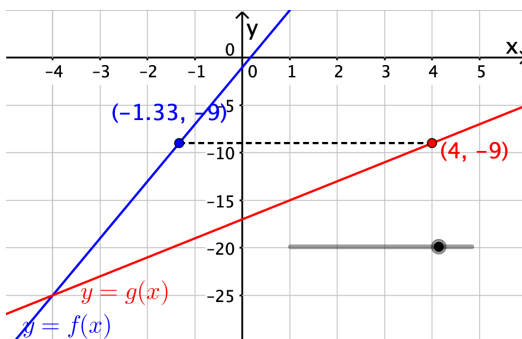
3.20

- a) Määritetään ensin appletilla funktion g arvo kohdassa $x = 4$.

Kohdassa $x = 4$
funktion g kuvaajalla
on piste, jossa $y = -9$.

Siis $g(4) = -9$.

Appletin perusteella
funktion f arvo on -9 ,
kun $x \approx 1,3$.



Siis $f(x) = g(4)$, kun $x \approx 1,3$.

- b) Lasketaan ensin funktion g arvo kohdassa $x = 4$.

$$\begin{aligned} g(4) &= 2 \cdot 4 - 17 \\ &= 8 - 17 \\ &= -9 \end{aligned}$$

Sijoitetaan $x = 4$ funktioon $g(x) = 2x - 17$.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$f(x) = g(4)$$

$$6x - 1 = -9$$

$$6x = -9 + 1$$

$$6x = -8$$

$$x = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$$

Sijoitetaan $f(x) = 6x - 1$ ja $g(4) = -9$.

$$| +1$$

$$| :6$$

Vastaus

a) $x \approx 1,3$

b) $x = -\frac{4}{3}$ ($= -1\frac{1}{3}$)